

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том XVII

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

7

МОСКВА · 1972

УДК 638.574.6

ДИФРАКЦИЯ НА ТЕЛАХ БЕСКОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

В. П. Коналейшвили, Р. С. Поповиди

Решается задача дифракции плоских или цилиндрических электромагнитных волн на конечном числе тел бесконечной длины произвольного сечения заменой сплошной поверхности проводниками малого радиуса. Указанным методом с применением ЭВМ решается задача дифракции плоских электромагнитных волн на цилиндрах и полосках; рассчитываются наведенные на поверхности токи, диаграммы и ближние поля. Некоторые полученные результаты сравниваются с результатами других авторов.

В работе [1] решается задача рассеяния электромагнитных волн на решетке, составленной из конечного числа взаимодействующих тонких проводов. В работе [2] высказана идея моделирования сплошной отражающей бесконечно длинной цилиндрической поверхности при помощи замены ее идеально проводящими проводниками малого электрического радиуса при падении на нее поля, поляризованного вдоль ее образующих.

В настоящей работе сделана попытка решения задач дифракции плоских или цилиндрических электромагнитных волн аналогичной заменой сплошной поверхности проводниками малого радиуса r_0 на конечном числе цилиндрических тел произвольных сечения и расположения.

Пусть задано $(M+1)$ тел, бесконечных вдоль оси z , с уравнениями сечения плоскостью xOy , заданными в параметрическом виде:

$$(1) \quad x = x_m(t), \quad y = y_m(t); \quad m = 0, 1, 2, \dots, M$$

и падает волна

$$(2) \quad E_z^i = f(x, y) e^{-i\omega t}.$$

После замены сплошных поверхностей тел проводниками с заданным алгоритмом их расположения предполагаем, что каждая из них является источником цилиндрических волн с разными амплитудами и фазами. Пусть для общности тело с индексом m заменяется (N_m+1) числом проводов.

Чтобы не учитывать распределения тока по образующим проводов, на радиус r_0 наложим условие малости:

$$r_0/\lambda \ll 1.$$

Тогда для вторичного рассеянного поля получим выражение

$$(3) \quad E_z^s = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N_m} a_{mn} H_0^{(1)}[kR_{mn}(x, y)].$$

Здесь a_{mn} — комплексные величины, имеющие смысл токов: $a_{mn} = a_{mn}' + ia_{mn}''$; $|a_{mn}| = \sqrt{a_{mn}'^2 + a_{mn}''^2}$ — амплитуда тока; $\varphi = \arctg a_{mn}''/a_{mn}'$ — его фаза; $H_0^{(1)}$ — цилиндрическая функция Ганкеля;

$$R_{mn}(x, y) = \sqrt{(x - x_{mn})^2 + (y - y_{mn})^2},$$

где x_{mn}, y_{mn} — координаты центров проводов; x, y — координаты точки наблюдения; k — волновое число.

После наложения локальных граничных условий — равенства нулю тангенциальной составляющей полного поля в одной точке на поверхностях проводов — получим систему уравнений с комплексными коэффициентами

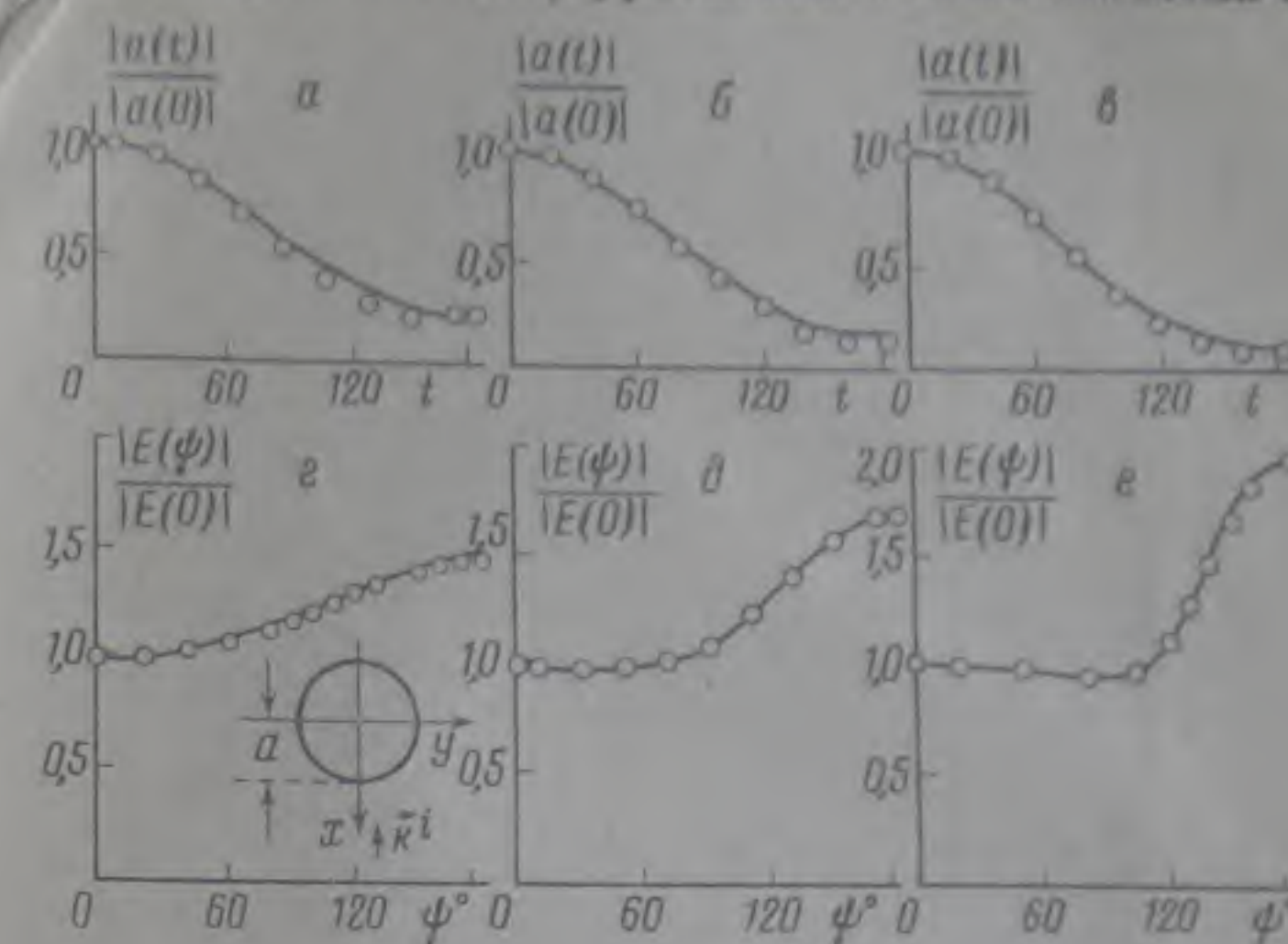


Рис. 1

гами. Разбивая их на действительную и мнимую части, получим систему уравнений относительно a_{mn}' и a_{mn}'' :

$$(4) \quad \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N_m} \{a_{mn}' J_0[kR_{mn}(x_{\mu\nu} + r_0, y_{\mu\nu})] - a_{mn}'' N_0[kR_{mn}(x_{\mu\nu} + r_0, y_{\mu\nu})]\} = -\operatorname{Re} f(x_{\mu\nu} + r_0, y_{\mu\nu}),$$

$$\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{N_m} \{a_{mn}' N_0[kR_{mn}(x_{\mu\nu} + r_0, y_{\mu\nu})] + a_{mn}'' J_0[kR_{mn}(x_{\mu\nu} + r_0, y_{\mu\nu})]\} = -\operatorname{Im} f(x_{\mu\nu} + r_0, y_{\mu\nu}),$$

$$\mu = 0, 1, 2, \dots, M; \quad \nu = 0, 1, 2, \dots, N_m;$$

J_0 и N_0 — функции Бесселя и Неймана нулевого порядка; $x_{\mu\nu}, y_{\mu\nu}$ — координаты ν -го провода на μ -м теле, на котором пишется локальное граничное условие. В граничных условиях r_0 используется для исключения особенности у функции Ганкеля. Число пар уравнений равно числу пар неизвестных. После разрешения системы (4) относительно a_{mn} найдем значения токов на проводах и их фазы.

Предполагая, что распределение тока на сплошной поверхности тел такое же, как и на проводах, можно при помощи интерполяционной формулы, дающей возможность определить значение функции в интервале $[a, b]$ по заданным ее значениям в дискретных точках из этого промежутка, найти распределение тока на поверхностях тел. Для вторичного рассеянного поля вместо выражения (3) будем иметь

$$(5) \quad E_z^s = \sum_{m=0}^M \int_0^t a_m(t) H_0^{(1)}[kR_m(t)] dt,$$

где $a_m(t)$ — функция распределения тока на m -м теле, найденная методом интерполяции. Здесь интеграл берется по контуру сечения тел — l . При достаточно большом числе проводов N поле, даваемое выражением (3), очевидно, должно совпасть с полем (5). Подставляя в формулы (3) и (5) асимптотические выражения функций Ганкеля, можно найти диаграмму рассеяния.

Далее предложенный метод иллюстрируется на примерах решения задач дифракции плоских электромагнитных волн на цилиндрах и полосках, которые решались с применением ЭВМ. Некоторые полученные результаты сравниваются с результатами других авторов.

Везде предполагается, что волна падает со стороны $x > 0$ с волновым вектором k , расположенным в плоскости xOy , составляющим с осью x угол θ , т. е. имеет вид

$$(6) \quad E_z^i = e^{-ik(x \cos \theta - y \sin \theta) - i\omega t}.$$

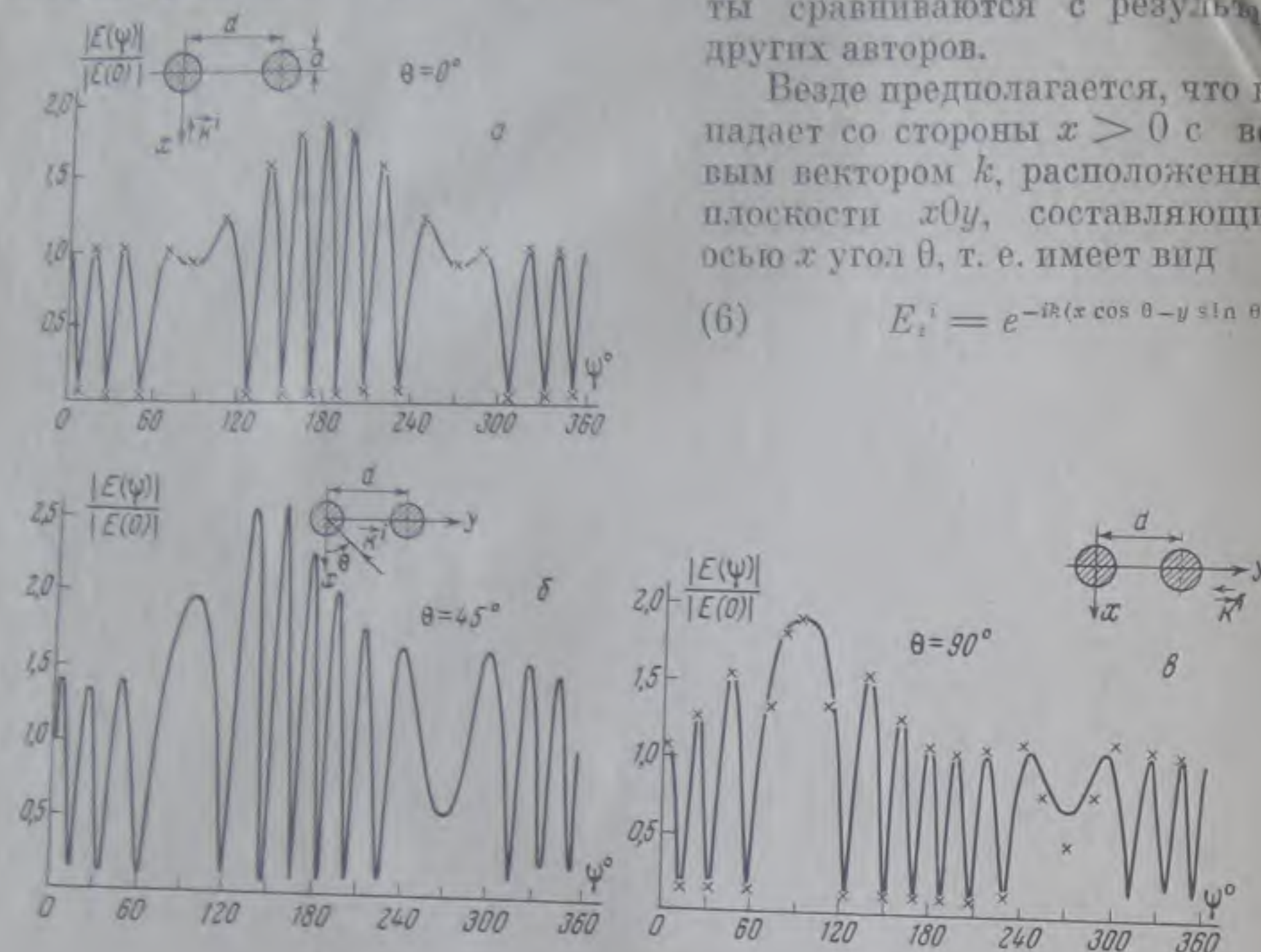


Рис. 2

Расчеты проводились как по формуле (3), так и по формуле (5). Результаты показали, что при расчете поля в дальней зоне для разумных N ответы совпадали с точностью до второго знака. При расчете поля в ближней зоне в непосредственной близости от поверхности тел на расстоянии $0,1\lambda$ наблюдались сравнительно большие расхождения, и так как машинное время при использовании формулы (5) существенно возрастало, расчеты полей и в ближней зоне проводились по формуле (3). Очевидно, что точность решения задачи зависит от возможности ЭВМ, т. е. от того максимального порядка системы уравнений, которую может решить машина.

Дифракция на цилиндрах. Пусть имеем $(M+1)$ бесконечно длинных цилиндров с равными радиусами a , оси которых параллельны оси z и расположены вдоль y на одинаковых расстояниях, равных d . Уравнение (1) примет вид

$$(7) \quad x = a \cos t, \quad y = md + a \sin t; \quad m = 0, 1, 2, \dots, M; \quad 0 \leq t \leq 2\pi,$$

где t — полярный угол в локальной системе координат, связанной с каждым цилиндром. Если поверхность каждого цилиндра заменить равноудаленными $(N+1)$ проводами, то их координаты будут

$$(8) \quad x_{mn} = a \cos \frac{2\pi}{N+1} n, \quad y_{mn} = md + a \sin \frac{2\pi}{N+1} n,$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N; \quad m = 0, 1, 2, \dots, M.$$

Рассуждая далее аналогично, для $R_{mn}(x_{mn} + r_0, y_{mn})$ и $f(x_{mn} + r_0, y_{mn})$ в формулах (4) будем иметь

$$(9) \quad R_{mn}(x_{mn} + r_0, y_{mn}) = \sqrt{\left[a \left(\cos \frac{2\pi}{N+1} v - \cos \frac{2\pi}{N+1} n \right) + r_0 \right]^2 + \left[(\mu - m)d + a \left(\sin \frac{2\pi}{N+1} v - \sin \frac{2\pi}{N+1} n \right) \right]^2},$$

$$f(x_{mn} + r_0, y_{mn}) = \exp \left\{ -ik \left[\left(a \cos \frac{2\pi}{N+1} v + r_0 \right) \cos \theta - \left(\mu d + a \sin \frac{2\pi}{N+1} v \right) \sin \theta \right] \right\}.$$

Решив систему (4) для нашего конкретного случая, можно найти распределение тока на цилиндрах, поле в ближней и дальней зонах. Для дальнего поля из формулы (3) получаем выражение

$$(10) \quad |E_z(\psi)|^2 = \left[\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (a_{mn}' \cos \chi_{mn} + a_{mn}'' \sin \chi_{mn}) \right]^2 + \left[\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (-a_{mn}' \sin \chi_{mn} + a_{mn}'' \cos \chi_{mn}) \right]^2,$$

где

$$\chi_{mn} = k \left[a \cos \left(\psi - n \frac{2\pi}{N+1} \right) + md \sin \psi \right];$$

ψ — полярный угол.

На рис. 1—6 приводятся результаты расчетов. На рис. 1, а, б, в сплошными линиями дано распределение тока на цилиндре $|a(t)|/|a(0)|$ и на рис. 1, г, д, е — диаграмма направленности $|E(\psi)|/|E(0)|$ при $ka = 0,5; 0,9; 1,5$ соответственно, которые взяты из работы [3]. Расчеты проводились при $N = 5, 10, 15, 20$; однако на рис. 1 точками во всех случаях приводятся результаты для $N = 10$, так как уже при этом получались правильные результаты.

Диаграмма рассеяния двух цилиндров для $N = 12$, $ka = 1$ и расстояния между ними $d = 3,125\lambda$ при углах падения волны $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ приводится на рис. 2. Крестиками нанесены соответствующие значения из работы [4].

На рис. 3, а приводится сравнение рассчитанного поля в ближней зоне на расстоянии 2λ при $N = 12$ и $ka = 3$ (сплошная кривая) с экспериментальными результатами Кинга и У Тай Цауня [5]. Пунктирная линия с кружками соответствует экспериментальным значениям. Там же приводятся теоретические значения (треугольники), полученные Роу [6]. Очевидно, что в ближней зоне использованный нами метод передает тонкости ее структуры точнее, чем метод, использованный в работе [6].

На рис. 3, б приводится картина линий равных амплитуд для случая двух соприкасающихся цилиндров при $a = 0,25\lambda$, $d = 0,5\lambda$. На стороне, с которой падает волна, можно заметить чередующиеся максимумы и минимумы, расстояние между которыми равно $0,25\lambda$. Это соответствует образовавшейся стоячей волне. В теневой части значение поля на расстоянии 2λ по всей ширине тени меньше 0,4.

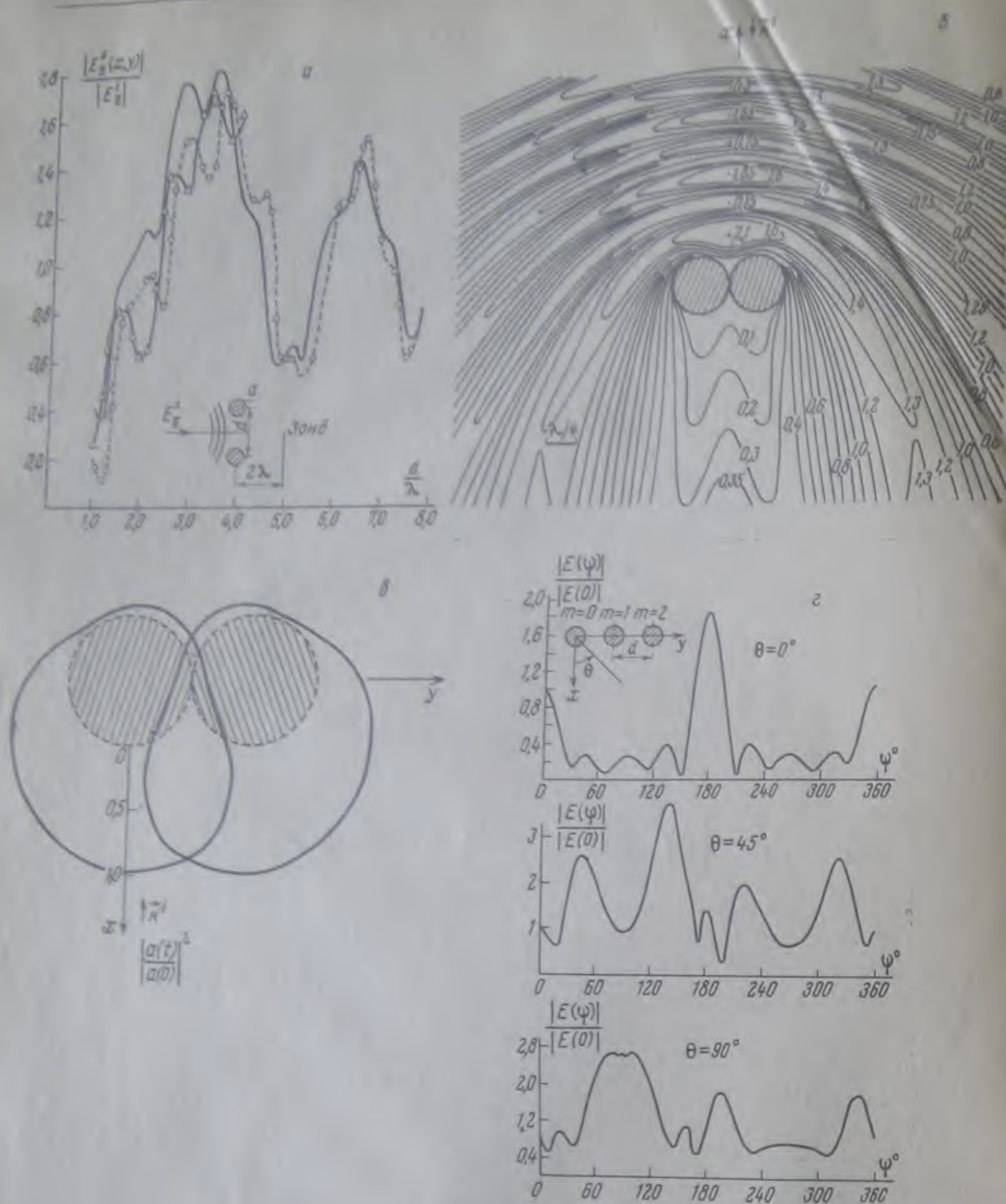


Рис. 3

Взаимное влияние цилиндров нарушает симметрию в распределении тока (см. рис. 3, в; $M=1$; $N=13$; $a=0,25\lambda$; $d=0,5\lambda$), которой характеризуется уединенный цилиндр. На теневой стороне цилиндров $x < 0$ амплитуды токов значительно меньше, чем на освещенной стороне, однако их минимумы слегка смещены относительно $\psi = 180^\circ$ в локальных системах, связанных с цилиндрами, в отличие от уединенного цилиндра.

На рис. 3, г дана картина рассеяния поля для случая трех цилиндров при $N=8$, $M=2$, $ka=1$ и $d=0,75\lambda$ при углах падения волны $\theta = 0^\circ$, 45° , 90° .

Дифракция на полосках. В случае полосок шириной $2a$, расстояния между которыми равны d , расположенных в плоскости yOz , с реб-

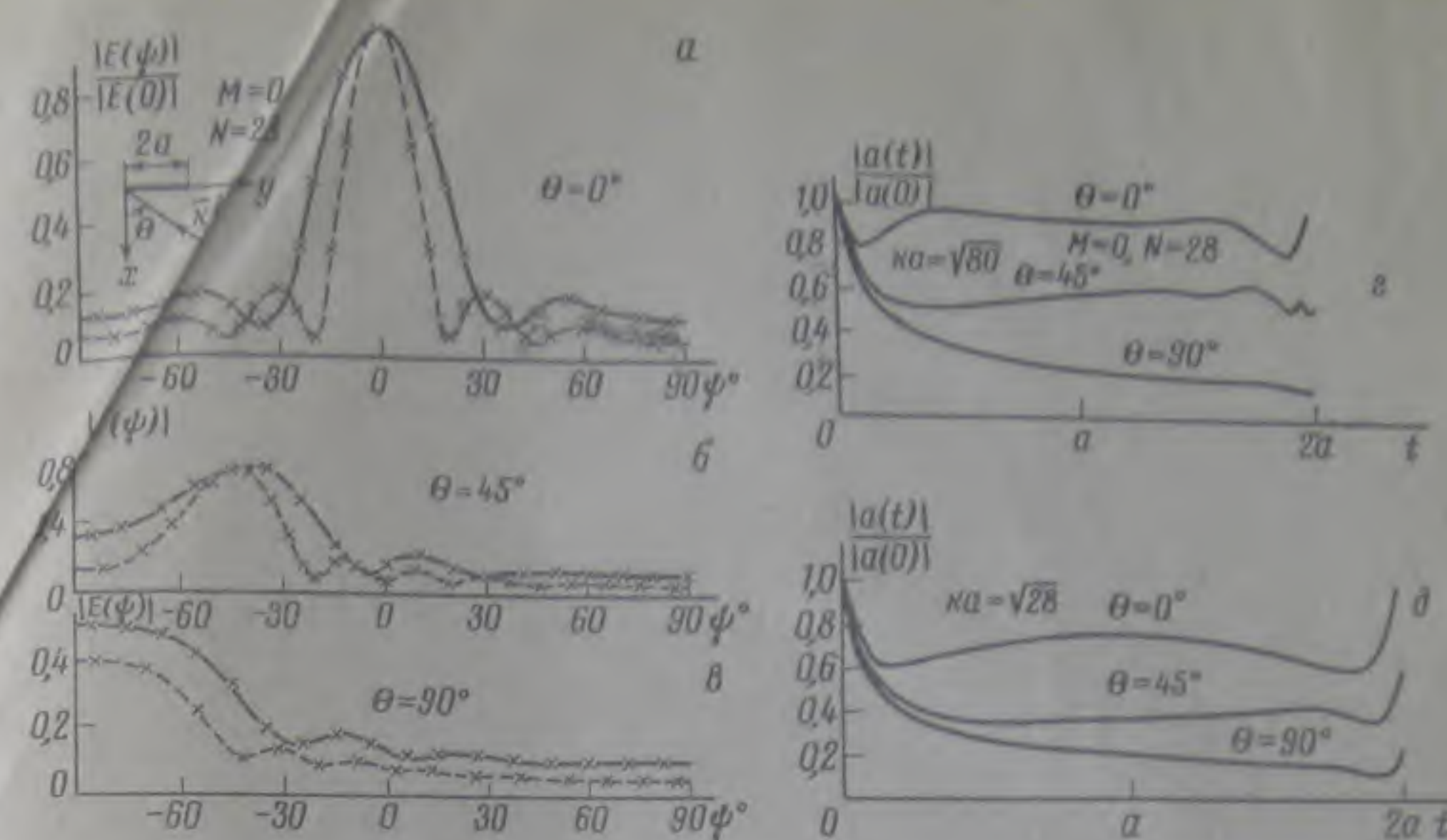


Рис. 4

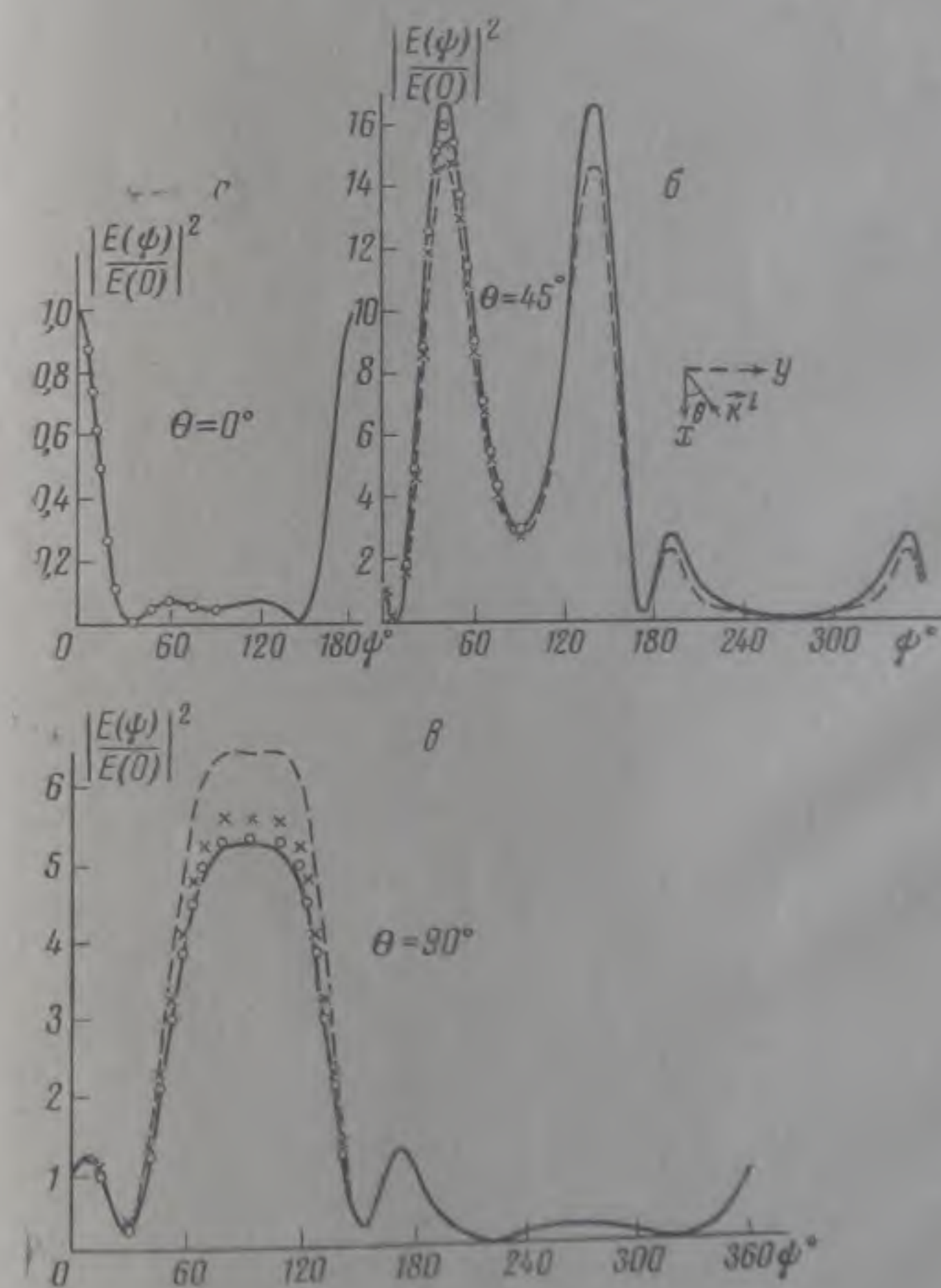


Рис. 5

$a = M=1$, $N=5$, $2a=0,637\lambda$, $d=0,956\lambda$; б — $M=1$, $2a=0,637\lambda$, $d=0,956\lambda$, пунктир — $N=5$, крестик — $N=7$, кружок — $N=9$, сплошная линия — $N=11$; в — $M=1$, $2a=0,637\lambda$, $d=0,956\lambda$, пунктир — $N=5$, крестик — $N=7$, кружок — $N=9$, сплошная линия — $N=11$.

рами, параллельными оси z , параметрическая запись уравнений (1) примет вид

$$x = 0, y = md + t; m = 0, 1, 2, \dots, M; 0 \leq t \leq 2a.$$

Если поверхность полосок заменить $(N+1)$ равноудаленными проводниками с координатами

$$x_{mn} = 0, y_{mn} = md + \frac{2a}{N}n; m = 0, 1, 2, \dots, M; n = 0, 1, 2, \dots, N$$

то в формулах (4) выражения R_{mn} и f имеют вид

$$R_{mn}(x_{uv} + r_0, y_{uv}) = \sqrt{r_0^2 + \left[(\mu - m)d + (v - n) \frac{2a}{N} \right]^2},$$

$$f(x_{uv} + r_0, y_{uv}) = \exp \left\{ -ik \left[r_0 \cos \theta - \left(\mu d + v \frac{2a}{N} \right) \sin \theta \right] \right\},$$

$$\mu = 0, 1, 2, \dots, M; v = 0, 1, 2, \dots, N.$$

Далее расчеты проводились почти аналогично.

На рис. 4, а, б, в приводятся диаграммы направленности для случая одной полоски при $ka = \sqrt{28}$ (сплошная линия) и $ka = \sqrt{80}$ (пунктирная

линия) при различных углах падения волны $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$, взятые из работы [7]. Крестиками нанесены соответствующие значения, рассчитанные нами при $N = 28$. Как видим, сравниваемые результаты хорошо совпадают друг с другом.

На рис. 4, г, д приводятся распределения токов на полосках при тех же параметрах. В обоих случаях при $\theta = 0^\circ$ имеем симметричное распределение тока относительно оси полоски; при $\theta = 45^\circ, 90^\circ$ на передней кромке полоски наблюдается большая плотность тока, чем на задней кромке.

Кривые, приведенные на рис. 5, а, б, в, соответствуют результатам расчетов при ширине полосок $2a = 0,637 \lambda$, расстояния между ними $d = 0,956 \lambda$, $N = 5, 7, 9, 11$ и $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$. На рис. 5, а приведенные сплошной линией наши результаты полностью совпадают с результатами работы [8], приведенными в виде точек. Интересно

отметить, что в случае $\theta = 0^\circ$ все результаты, рассчитанные при перечисленных N , совпадают друг с другом с точностью до третьего знака для всех направлений рассеяния; при $\theta = 45^\circ$ и 90° вдоль некоторых направлений ψ с увеличением N наблюдается стремление $E(\psi)/E(0)$ к своему предельному значению. Отметим, что эти направления ψ совпадают с зеркальным направлением θ .

Из сравнений с результатами точной теории можно заключить, что предлагаемый способ решения задач заменой проводящей поверхности

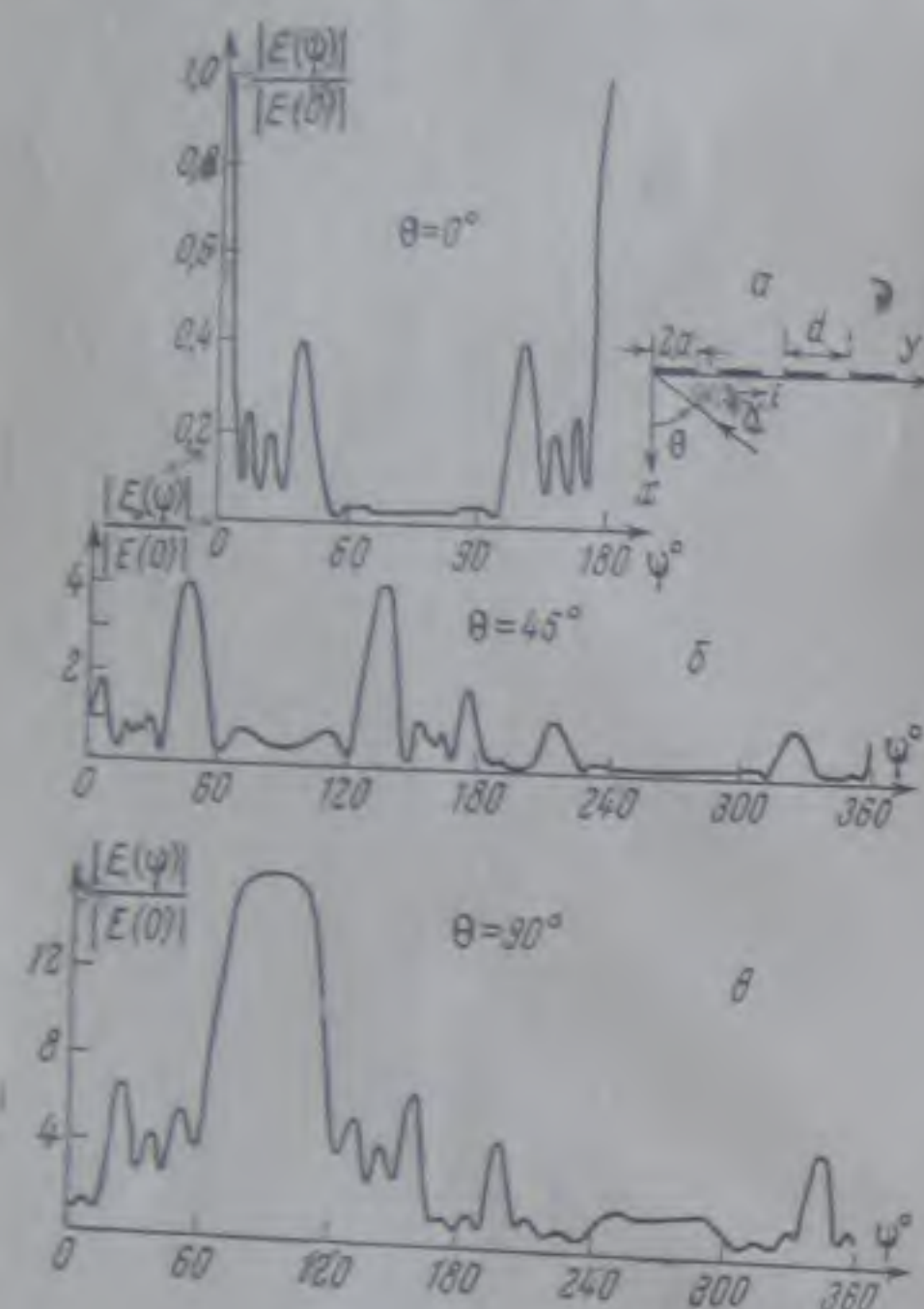


Рис. 6

тел проводниками малого радиуса эффективнее в случае синфазного возбуждения падающей волной частей тел. Во всех остальных случаях хорошие результаты получаются при расстояниях между проводниками $\lambda/5$.

На рис. 6 приводятся диаграммы направленности для четырех полосок при $2a = \lambda, d = 1,56 \lambda, N = 6, M = 3, \theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$.

Во всех случаях радиус проводов r_0 брался равным $0,003 \lambda$, так как дальнейшее его уменьшение не меняло ответа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. К. Квавадзе, В. П. Копалейшвили, Р. С. Попович, Сообщ. АН ГрузССР, 1970, 58, 1.
2. J. Richmond, IEE Trans. Microwave Theory and Techn., 1965, 13, 11, 408.
3. Л. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов, Электромагнитные поля и волны, Изд. Советское радио, 1956.
4. Е. А. Иванов, Дифракция электромагнитных волн на двух телах, Изд. Наука и техника, Минск, 1968.
5. Р. Кинг, У. Тай-Цзунь, Рассеяние и дифракция электромагнитных волн, ИЛ, 1962.
6. R. W. Row, J. Appl. Phys., 1955, 26, 666.
7. П. Я. Уфимцев, Метод краевых волн в физической теории дифракции, Изд. Советское радио, 1962.
8. А. В. Мошинский, Радиотехника и электроника, 1970, 15, 7, 1355.

Поступила в редакцию
28 V 1971