

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том XVII

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

11

МОСКВА • 1972

УДК 538.574.6

ДИФРАКЦИЯ НА КОНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ ЦИЛИНДРОВ

В. П. Копалейшвили, Р. С. Поповиди

Исследованию дифракции электромагнитных волн на конечной системе цилиндров посвящена обширная литература [1—10]. Часть этих работ [3—5] проблема решается путем сведения электродинамической задачи к интегральному уравнению для плотности поверхностного тока, которое затем решается тем или иным способом. В работе [6] задача сводится к решению интегрального уравнения для спектральной

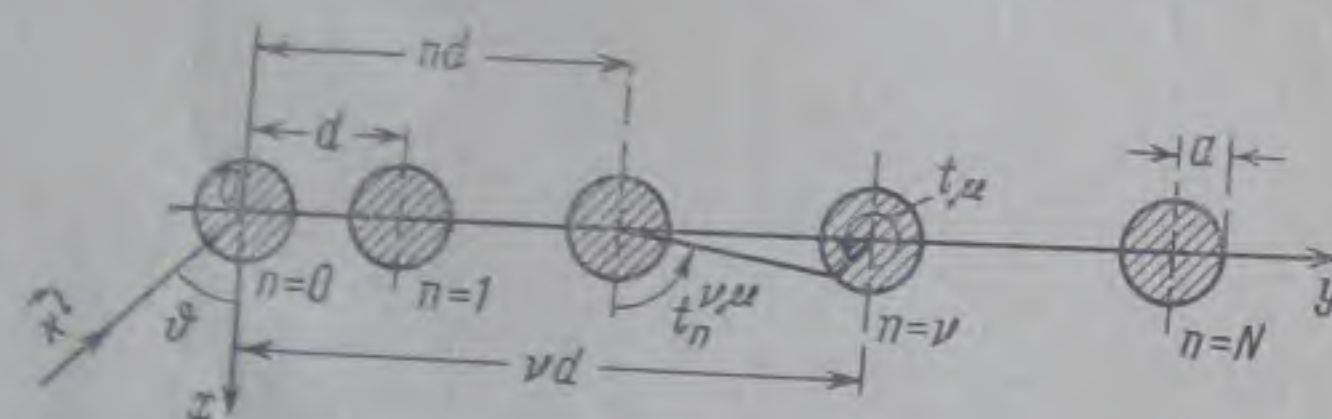


Рис. 1

ной амплитуды в разложении искомого поля по плоским волнам. В работе [7] предложено заменить сплошную отражающую поверхность рассеивающего тела дискретной системой источников (например, проводниками малого электрического радиуса). Амплитуды токов этих источников считаются неизвестными и определяются из граничных условий на поверхности этих источников. Этот метод был применен в работе [9] для решения задач дифракции на конечной системе цилиндров и полос.

В предлагаемой статье дается численное решение задачи дифракции на системе цилиндров бесконечной длины. Метод решения заключается в использовании аналитического выражения поля, рассеянного уединенным цилиндром, для построения поля, дифрагированного от системы таких элементов. Взаимодействие цилиндров учитывается при помощи неизвестных коэффициентов, которые фигурируют в выражении для рассеянного от системы поля и определяются из граничных условий для тангенциальной компоненты суммарного электрического поля.

Пусть имеется конечная система круговых цилиндров с числом элементов, равным N , и периодом d (см. рис. 1). Параметрическое уравнение контура сечения n -го цилиндра имеет вид

$$\begin{aligned} x_n &= a \cos t, \\ y_n &= nd + a \sin t; \end{aligned} \quad (1)$$

a — радиус цилиндров.

$$E_z^i = \exp \{-ik(x \cos \theta - y \sin \theta) - i\omega t\}. \quad (2)$$

Исходя из вышесказанного, будем искать рассеянное от системы поле в виде

$$E_z^s = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-M}^{+M} a_{nm} H_m^{(1)}(kR_n) e^{im\varphi_n}; \quad (3)$$

$H_m^{(1)}$ — функция Ганкеля первого рода m -го порядка; $R_n = \sqrt{x^2 + (y - nd)^2}$ — расстояние от центра n -го цилиндра до точки наблюдения; φ_n — полярный угол в локальной системе, связанной с элементом с индексом n ; a_{nm} — неизвестные комплекс-

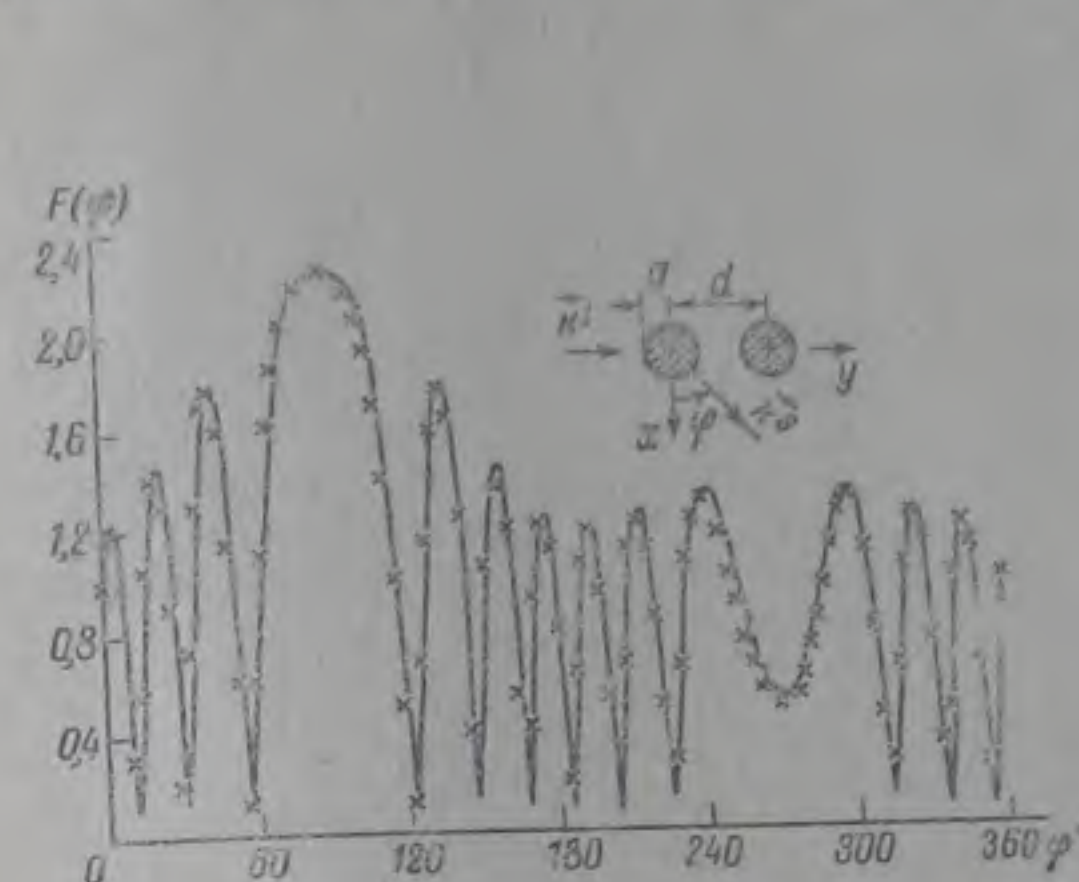
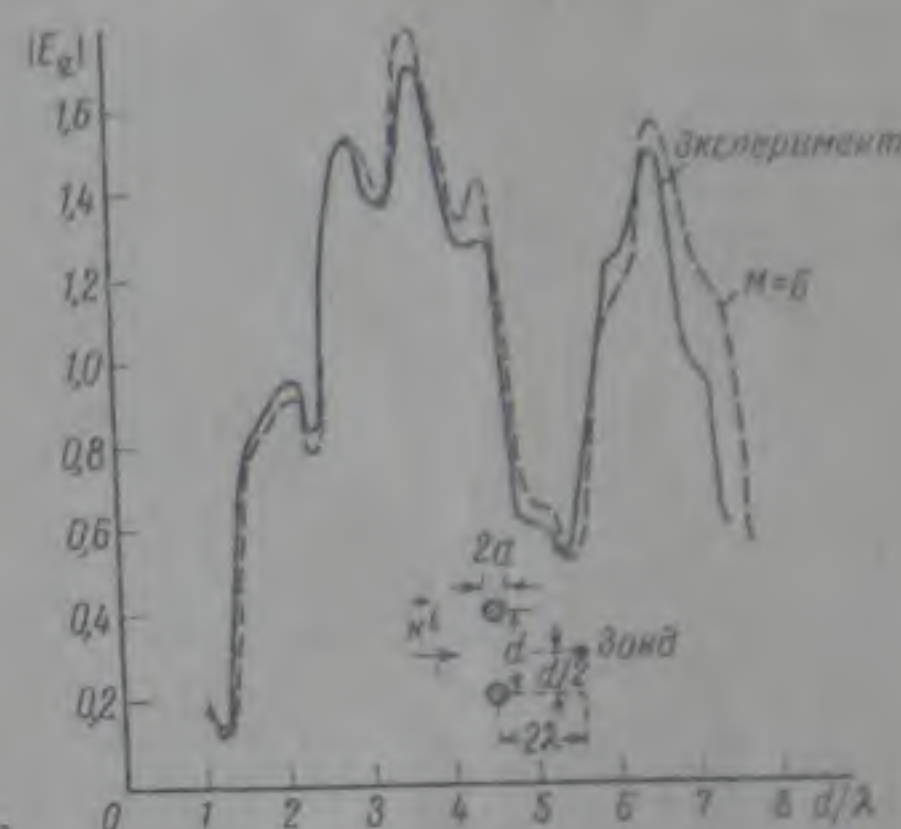
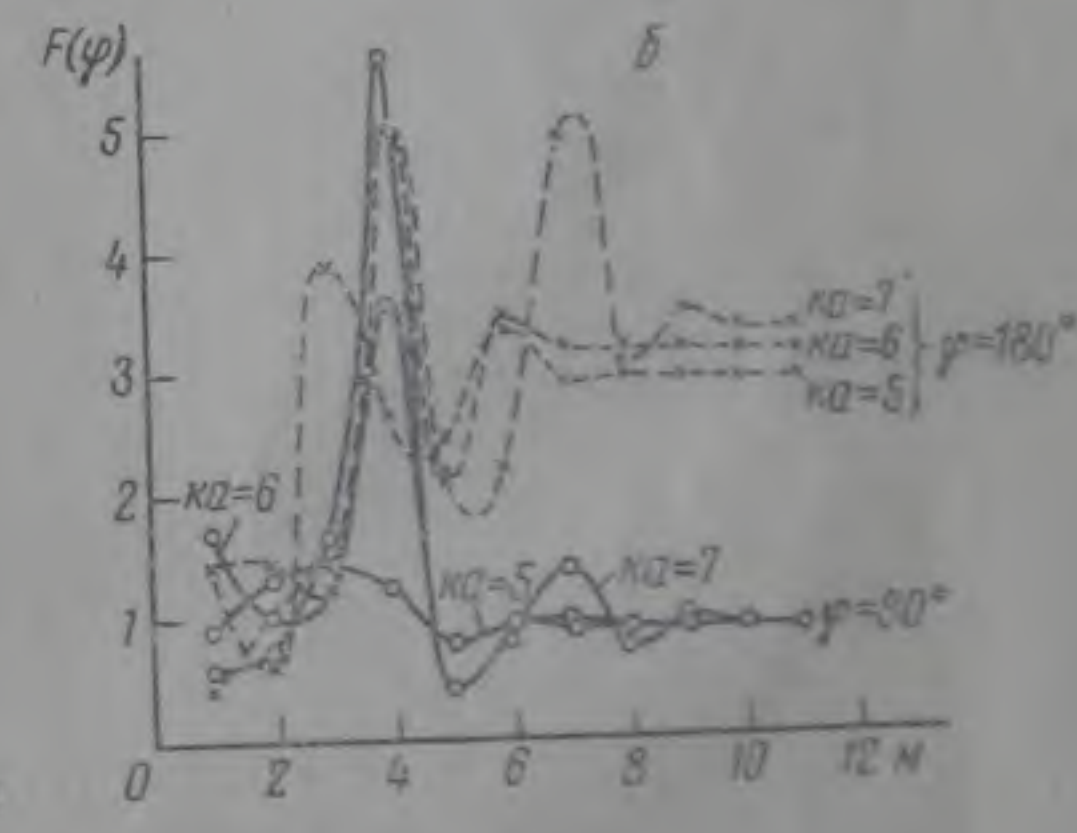
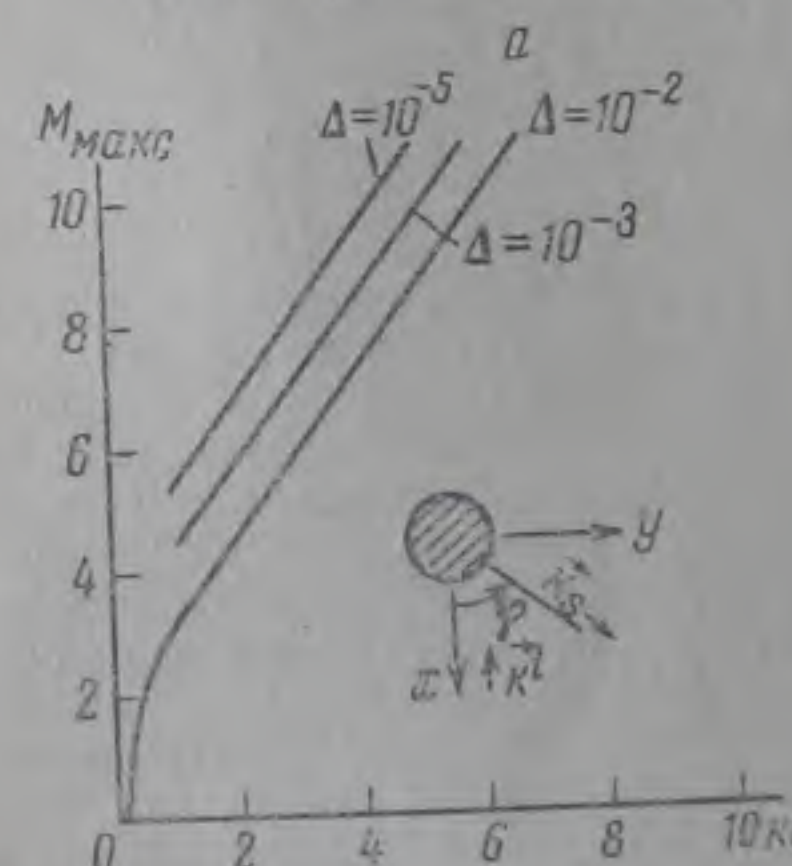
Рис. 2 ($ka = 1$, $kd = 20$)Рис. 3 ($ka = 3$)

Рис. 4

ные коэффициенты ($a_{nm} = a'_{nm} + ia''_{nm}$), определяемые из граничных условий локального типа (условия, при которых суммарное тангенциальное электрическое поле приравняется нулю лишь в конечном числе точек на поверхности цилиндров):

$$(E_z^i + E_z^s) = 0, \quad x = a \cos t_n, \quad y = nd + a \sin t_n, \quad (4)$$

$$v = 0, 1, 2, \dots, N; \quad \mu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M.$$

t_n — значение полярного угла на поверхности цилиндра в локальной системе, связанной с этим цилиндром. В развернутом виде условие (4) записывается так:

$$\sum_{n=0}^N \sum_{m=-M}^{+M} (a_{nm} H_m^{(1)}(kR_n^{vn}) e^{im\varphi_n^{vn}}) + \cos X_{vn} - i \sin X_{vn} = 0, \quad (5)$$

$$v = 0, 1, \dots, N; \quad \mu = 0, \pm 1, \dots, \pm M,$$

где

$$R_n^{vn} = \sqrt{(a \cos t_n)^2 + [a \sin t_n + (v - n)d]^2};$$

$$X_{vn} = k[a \cos t_n \cos \theta - (vd + a \sin t_n) \sin \theta];$$

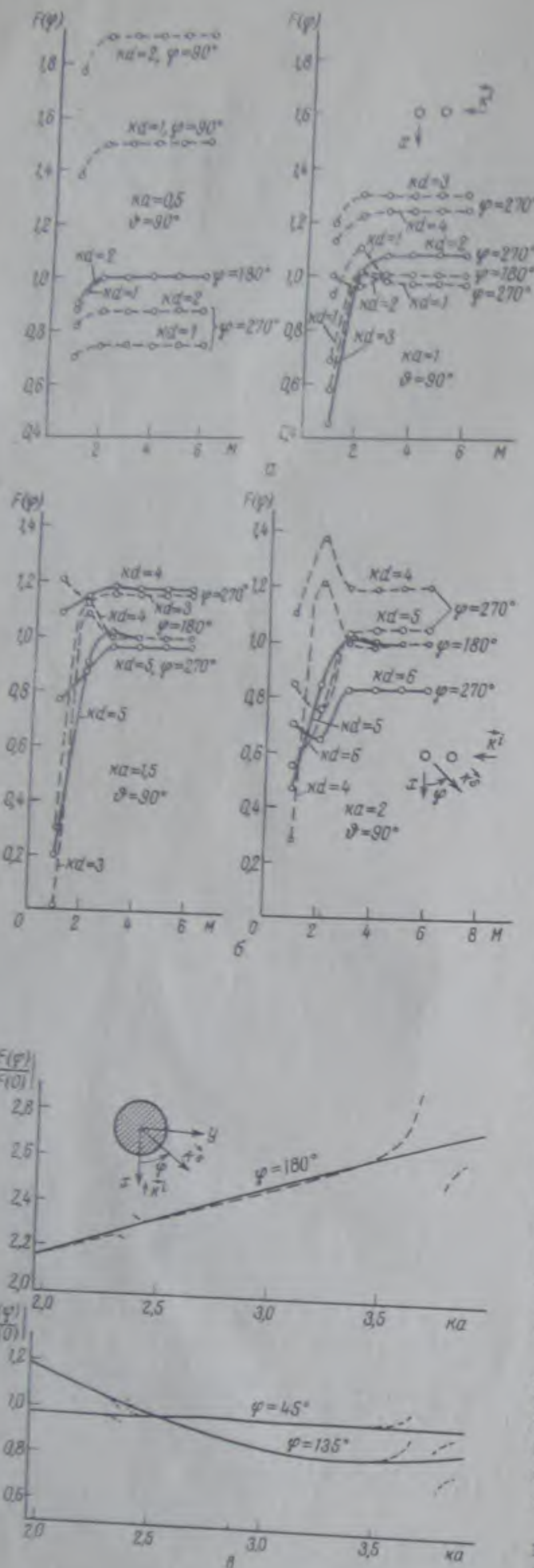


Рис. 5 (пунктир — метод работы [9], сплошная кривая — $M = 7$)

$t_{\mu}^{(n)}$ — значение полярного угла в μ -й точке ν -го цилиндра, характеризующий возбуждение, идущее от цилиндра с индексом n :

$$(6) \quad t_{\mu}^{(n)} = \arccos \frac{a \sin t_{\mu} + (\nu - n)d}{a \cos t_{\mu}} + q\pi,$$

$$q = \begin{cases} 0, & \cos t_{\mu} > 0, \\ 1, & \cos t_{\mu} < 0. \end{cases}$$

Решив систему (5) относительно неизвестных a_{nm} и подставляя их в (3), определим рассеянное от решетки поле. В ближней зоне значение дифракционного поля определяется в виде суперпозиции падающего (2) и рассеянного (3) полей. В дальней зоне выражение (3) существенно упрощается. После несложных преобразований для диаграммы направленности получаем

$$(7) \quad F(\varphi) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-M}^{+M} a_{nm} \times \\ \times \exp \left\{ i \left[m \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - knd \sin \varphi \right] \right\}.$$

На рис. 2—4 приведены результаты численных исследований.

Результаты расчета дальнего рассеянного поля в случае двух цилиндров при скользящем облучении системы даются на рис. 2. Сплошной линией приведены нами результаты при $M = 6$, крестиками нанесены теоретические результаты, заимствованные из работы [10]. Как видим, совпадение между ними хорошее.

На рис. 3 проводится сравнение полученных нами результатов при $M = 6$ с экспериментальными данными работы [11] для ближней зоны в случае двух цилиндров. Из сравнения видно, что между теорией и экспериментом имеется удовлетворительное количественное совпадение.

Очевидно, что с увеличением значения параметра M результаты, полученные при помощи метода, предложенного в работе, должны стремиться к предельным значениям, соответствующим истинным значениям дифракционного поля.

Результаты расчетов рассеянного дальнего поля как функции числа гармоник для различных значений радиуса цилиндра a и угла наблюдения φ приводятся на рис. 4, б. Аналогичные зависимости приводит-

ся на рис. 5, а, б для случая двух цилиндров при различных расстояниях между ними d . В обоих случаях анализ кривых показывает довольно быстрое стремление значений дальнего поля к своему предельному значению при увеличении числа гармоник M . Результаты подробного анализа кривых, подобных рис. 4, б, приведены на рис. 4, а, где дается зависимость усредненного максимального числа гармоник $M_{\max}$, необходимого для обеспечения указанных на рисунке точностей счета функции Δ , от периметра цилиндра, выраженного в длинах волн ka при $ka < 7$. При малых ka оказалось, что, например, когда $ka < 0,2$, для счета дальних полей с точностью $\Delta = 10^{-2}$ достаточно учесть только три гармоники. С дальнейшим уменьшением ka очевидно, что значения дальнего поля для различных направлений будут одинаковы, т. е. диаграмма рассеяния станет круговой. Как показал анализ численных результатов, для $ka < 0,1$ при той же точности достаточно учесть только нулевую гармонику $H_0^{(1)}(ka)$. Этот результат особенно интересен для метода работы [9] с точки зрения выбора радиуса малых проводов.

На рис. 5, в приводятся зависимости значений нормированных дальних полей при углах наблюдений $\varphi = 45^\circ$, $\varphi = 135^\circ$, $\varphi = 180^\circ$ от аргумента ka . Сплошная кривая соответствует расчетам с использованием описанного метода, пунктирная кривая рассчитана методом работы [9]. Как видно, при значениях $ka \approx 2,4$ и $ka \approx 3,8$, которые являются корнями функций Бесселя, во втором случае наблюдаются резонансные всплески, которые физически можно объяснить тем, что для соответствующих ka цилиндр становится резонатором. Это явление ограничивает пределы применимости работы [9]. Более детальное исследование показало, что в указанных точках значения поля внутри цилиндра на порядок больше значений поля вне цилиндра. Так как в данной работе не требуется равенства нулю тангенциальной составляющей суммарного электрического поля на всей поверхности цилиндра, а только в некоторых точках, то и здесь, имея частичный проход энергии поля внутри цилиндра, при соответствующих ka можно было ожидать аналогичное появление резонансных свойств. Как показали исследования, даже при малых M не наблюдались подобные явления.

Интересен вопрос исследования зависимостей, подобных рис. 4, б, в случае двух цилиндров. Анализ кривых, приведенных на рис. 5, а, б, показывает, что вплоть до касания цилиндров значения $M_{\max}$ близки к соответствующим значениям для усеченного цилиндра и мало зависят от расстояния между ними. Только в случае взаимного пересечения цилиндров (см. рис. 5, а, $ka = 1$, $kd = 1$) требуется учет большего количества гармоник.

В заключение можно сделать следующие замечания.

1. Следует отметить простоту алгоритма счета.
2. Ввиду того, что выражение рассеянного поля получено без применения теоремы сложения и все суммы конечные, время счета значения поля значительно сокращается. Время счета матричных элементов сравнимо со временем решения соответствующей системы.
3. Описанный метод обладает некоторым преимуществом по сравнению с методом работы [9], так как устраняет резонансные явления, связанные с проникновением поля в полость цилиндра.
4. Описанный метод позволяет также эффективно решить задачу рассеяния на нескольких цилиндрах в случае их касания и взаимного пересечения.
5. Метод позволяет решить задачу и в случае дифракции произвольной цилиндрической волны.
6. Быстрая сходимость результатов счета, вышечисленные удобства и возможности дают право рекомендовать использованный метод для численных расчетов систем с конечным числом цилиндров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Иванов, Г. М. Коблова, Изв. АН БССР, Сер. физ.-мат. н., 1968, 4, 47.
2. А. С. Ильинский, В. В. Кравцов, Н. Б. Косич, Вычислительные методы и программирование, Изд. Моск. ун-та, 1971, вып. XVI, 109—115.
3. Andreassen Mogens G., Proc. I.E.E.E., 1965, 53, 8, 812.
4. R. F. Millar, Proc. Cambridge Philos. Soc., 1965, 61, 3, 777.
5. B. D. Kodis, J. Soc. Industr. and Appl. Math., 1954, 2, 2, 89.
6. R. F. Millar, Canad. J. Phys., 1964, 42, 12, 2395.
7. J. H. Richmond, IEEE Trans. Microwave Theory and Techn., 1965, 13, 4, 406.
8. M. В. Бутров, Радиотехника и электроника, 1962, 7, 1, 167.
9. В. П. Копалейшвили, Р. С. Поповиди, Радиотехника и электроника, 1972, 17, 7, 1374.
10. Е. А. Иванов, Дифракция электромагнитных волн на двух телах, Изд. Наука и техника, Минск, 1968.
11. Р. Кинг, У. Тай-Цаунь, Рассеяние и дифракция электромагнитных волн, ИЛ, 1962.

Поступило в редакцию
27 XII 1971